

# Applications Cosmologiques de RGH à la Métrique FLRW

Laurent Besson, Yvan Rahbé, Grok 4

November 01, 2025

## 1 Introduction

La métrique Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) est le cadre standard pour décrire un univers homogène et isotrope en expansion. Dans la théorie de la Relativité Générale Hypercomplexe (RGH), cette métrique est étendue par l'introduction de coordonnées quaternioniques non commutatives et d'une jauge d'échelle de Weyl. Cela modifie les équations cosmologiques, permettant d'expliquer des phénomènes comme l'expansion accélérée (énergie noire), la matière noire émergente, et un possible Big Bounce quantique, sans composantes exotiques.

## 2 Métrique FLRW Standard

La métrique FLRW est :

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (1)$$

où  $a(t)$  est le facteur d'échelle,  $k$  la courbure  $(-1, 0, +1)$ , et  $d\Omega^2$  la partie angulaire. Les équations de Friedmann classiques sont :

$$\left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (2)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (3)$$

où  $\rho$  est la densité totale,  $p$  la pression,  $\Lambda$  la constante cosmologique.



### 3 Extension à RGH

Dans RGH, les coordonnées hypercomplexes ( $x^\mu = x^\mu h_i$ ) et la jauge Weyl (via  $\Phi$ ) modifient la métrique effective :  $g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} e^{2\Phi}$ , avec non-commutativité via  $H$ . Le tenseur de Riemann hypercomplexe (de 5.7) ajoute  $\Theta_{\mu\nu}$  aux équations de champ :

$$Ric_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Theta_{\mu\nu}, \quad (4)$$

où  $\Theta_{\mu\nu} = \Theta^{(\Phi)} + \Theta^{(H)} + \Theta^{(0)}$ , avec  $\Theta^{(\Phi)} \sim F^2$  (énergie Weyl/EM),  $\Theta^{(H)} \sim T^2$  (énergie quaternionique), et  $\Theta^{(0)}$  des mixtes (ex.  $\Phi\Gamma\Phi$ ).

En cosmologie FLRW (homogène, isotrope), on assume  $\Phi$  et  $H$  uniformes (fonctions de  $t$  seul), simplifiant les couplages.

### 4 Equations de Friedmann en RGH

En appliquant les équations de champ à FLRW, on obtient (avec  $c = 1$ ) :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{1}{3}\Theta, \quad (5)$$

où  $\Theta = \Theta_{00}$  inclut les contributions hypercomplexes. Par ex.,  $\Theta \sim \dot{\Phi}^2 + \dot{H}^2 + \kappa\Phi\Gamma\Phi$  (couplage Weyl-gravité décroît avec  $a(t)$ ).

La seconde équation (accélération) :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{1}{3}\Theta + \ddot{\Phi} + \ddot{H} + \text{termes couplés}. \quad (6)$$

Ces équations sont dérivées du lagrangien total, avec variation pour  $a(t)$  comme degré de liberté.

### 5 Conséquences Cosmologiques

- **Big Bounce au lieu de Big Bang** : La non-commutativité de  $H$  pourrait introduire un rebond ( $a(t)$  min non nul), évitant la singularité initiale.
- **Inflation Primordiale** : Le champ  $\Phi$  (Weyl) pourrait driver une phase inflationnaire rapide, avec  $F \sim \text{constant}$ .
- **Matière et Énergie Noire**



**Émergentes** : Les couplages  $C^{(\Gamma\Phi)}$  et  $C^{(\Gamma H)}$  miment  $\rho_{DM} \sim 1/a^3$  (matière noire) et  $\Lambda$  (énergie noire constante), sans composantes exotiques. - **Transition Décélération-Accélération** : RGH prédit une transition naturelle de décélération (dominé par matière) à accélération (dominé par  $\Theta$ ), compatible aux données supernovae.

## 6 Tests Possibles

- **Observations JWST** : Tester les galaxies primitives – RGH prédit une formation plus rapide sans CDM massive.
- **LIGO/Virgo** : Ondes gravitationnelles modifiées par couplages EM ( $\gamma$ ), avec signatures dans les mergers.
- **Euclid/DESI** : BAO et redshift – vérifier si  $\Theta$  explique le Hubble tension sans  $\Lambda$ .

RGH offre une cosmologie unifiée, géométrique et quantique – excitant pour des simulations futures !